



CLASA a VIII-a

Subiectul I. (MULTIMI DE NUMERE)

- A. Se dau două numere întregi x și y , cu proprietatea că $\frac{x}{6} \in \mathbb{Z}$. Să se arate că numărul $a = \frac{x+y+y^2}{2} \in \mathbb{Z}$.
- B. Se dau trei numere raționale nenule x, y, z cu proprietatea că suma inverselor lor este egală cu produsul lor. Să se arate că numărul $a = \sqrt{(x^2y^2 + 1)(y^2z^2 + 1)(z^2x^2 + 1)} \in \mathbb{Q}$.
- C. Determinați numerele reale x pentru care
- $$\sqrt{12 - \sqrt{x}} + \sqrt{24 - \sqrt{x}} + \sqrt{40 - \sqrt{x}} + \dots + \sqrt{2^{4048} + 8 - \sqrt{x}} = 2^{2025} - 2$$

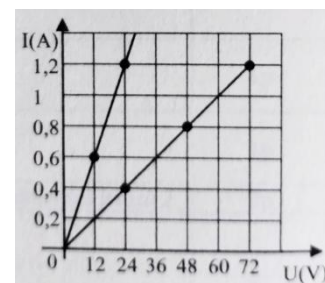
Subiectul II. (BIJUTIERUL)

Emil are un cub din bronz cu muchia de 3 cm pe care l-a dus la un bijutier pentru a-l modifica și transforma într-o bijuterie mai scumpă pe care să o ofere prietenei lui în ziua de 8 Martie. Bijutierul dorește să schimbe formatul pietrei prin secționarea cubului prin plane paralele două câte două care să taie cele 8 colțuri ale cubului, astfel încât să fie înlăturate 8 bucăți sub formă de piramide triunghiulare regulate cu vârfurile în fostele vârfuri ale cubului secționat. Fiecare secționare se va face pe muchiile cubului la distanța x față de vârful cubului care devine vârful piramidei înlăturate. După secționare, acesta vrea să lipească, pe toate fețele noului corp format, foițe de aur. Are la dispoziție o foaie de aur cu suprafața de 55 cm^2 .

- Aflați câte muchii și câte fețe are noul corp format.
- Exprimați aria uneia dintre cele 8 secțiuni obținute prin secționarea cubului, în funcție de x .
- Determinați valoarea maximă a lui x , exprimată printr-un număr întreg de milimetri, la care poate face secționarea cubului, astfel încât să îi ajungă foița de aur.

Subiectul III. Experimente în laborator

- A. Matei, elev în clasa a opta, pasionat de studiul fizicii, experimentează în laborator, folosind un calorimetru, un termometru, apă și gheață astfel: introduce în calorimetru aceeași masă m de apă și de gheață, aflate inițial la aceeași diferență de temperatură Δt față de temperatura $t_0 = 0^\circ\text{C}$, care este temperatura de topire a gheții la presiune atmosferică normală. Matei își propune să observe fenomenele fizice în desfășurare și să determine:
- Ce fracțiune f din masa m își modifică starea de agregare?
 - În final, care din stările de agregare ale apei va fi dominantă în calorimetru și la ce temperatură de echilibru? Matei are la dispoziție următoarele informații: capacitatea calorică a apei $c_a = 4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, capacitatea calorică a gheții $c_g = 2100 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, căldura latentă specifică de topire a gheții $\lambda_g = 340 \text{ kJ/kg}$ și $\Delta t = 18^\circ\text{C}$.
- B. Diana, colegă cu Matei, lucrează la o altă masă din laborator, studiind legea lui Ohm. Ea are la dispoziție o trusă de electricitate cu două rezistoare de rezistență necunoscută R_1 și R_2 , un alimentator didactic, fire de legătură, un ampermetru și un voltmetru. Experimentul ei este mai complex, presupunând să realizeze succesiv două circuite electrice în care conectează la alimentator: mai întâi rezistorul R_1 , apoi cele două rezistoare conectate în paralel. Cu ajutorul instrumentelor măsoară intensitatea curentului principal și căderea de tensiune pe R_1 , respectiv pe gruparea (R_1, R_2) în paralel, reușind să traseze graficul din figură. Scopul acestei lucrări practice este să determine valorile rezistențelor necunoscute, pentru a le marca în vederea folosirii lor în alte circuite electrice. Ce a descoperit Diana?



Fiecare subiect este notat cu 10 puncte, din care 1 din oficiu. Timp de lucru: 2 ore

Succes!